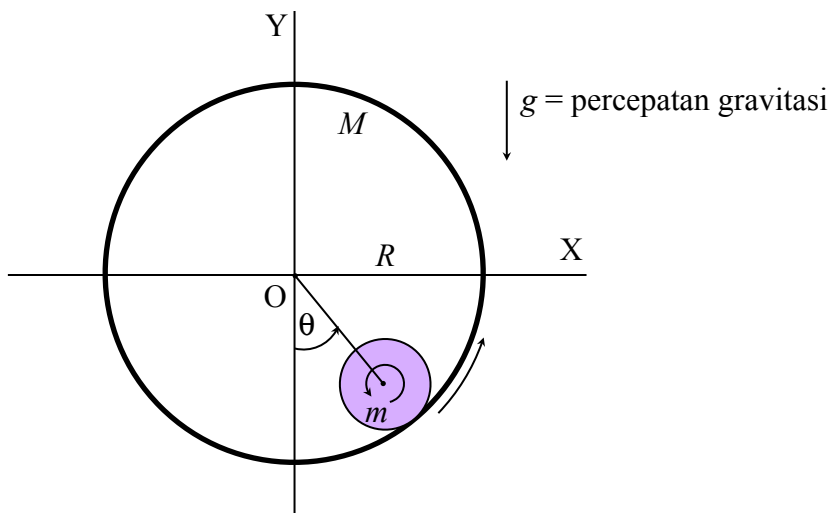


Rolling cylinders

Sebuah silinder berongga dengan dinding tipis bermassa M dan berjari-jari R memiliki permukaan dalam kasar. Silinder ini dapat berotasi secara bebas terhadap sumbu horizontal OZ yang tetap dan melewati titik pusat silinder. Sumbu- Z adalah sumbu yang tegak lurus dan keluar dari bidang kertas. Sebuah silinder **pejal** yang uniform bermassa m menggelinding tanpa slip (**yang diberlakukan** pada semua bagian soal ini, **kecuali** pada pertanyaan 1.8) pada dinding permukaan dalam silinder M , terhadap sumbu pusat massa m yang sejajar dengan sumbu OZ . Semua sudut dinyatakan dalam radian.



- 1.1) Pada saat $t = 0$ silinder M mulai berotasi dari keadaan diam sedangkan silinder m masih berada pada titik terendah. Setelah suatu waktu t , posisi angular dari pusat massa m adalah θ (seperti terlihat dalam gambar) dan pada saat itu silinder M telah berputar terhadap sumbunya sebesar ϕ . Berapa radian (dilambangkan dengan variabel ψ) silinder m telah berputar terhadap sumbu pusat massanya **relatif terhadap sembarang garis acuan tetap** (misalnya, **sumbu Y-negatif**)? Nyatakan jawaban anda dalam variabel-variabel θ, ϕ, R dan r . (0.8 poin)



1.2) Tentukan percepatan sudut silinder m , yaitu $\frac{d^2}{dt^2}\psi$, relatif terhadap sumbu pusat massanya!

Nyatakan jawaban anda dalam variabel-variabel R, r , serta turunan θ dan ϕ . (0.2 poin)

1.3) Turunkan persamaan untuk percepatan sudut dari posisi pusat massa m , yaitu $\frac{d^2}{dt^2}\theta$, dan

nyatakan jawaban anda dalam variabel-variabel $m, g, R, r, \theta, \frac{d^2}{dt^2}\phi$, dan I_{CM} (dimana I_{CM} adalah momen inersia silinder m terhadap sumbu pusat massanya). (1.8 poin)

1.4) Tentukan perioda osilasi dari silinder m untuk amplitudo sudut kecil, saat silinder M berotasi dengan **kecepatan sudut konstan!** Nyatakan jawaban anda **hanya** dalam variabel-variabel R, r , dan g . (1.3 poin)

1.5) Berapakah besar θ yang memberikan posisi kesetimbangan silinder m pada pertanyaan 1.4?

(0.2 poin)

1.6) Tentukan posisi kesetimbangan (sudut θ) m ketika M sedang berotasi dengan **percepatan sudut konstan** α ? Nyatakan jawaban anda **hanya** dalam variabel-variabel R, g , dan α . (0.7 poin)

1.7) Sekarang andaikan silinder M **dapat berotasi bebas (without constraint, nilai kecepatan sudut M tidak diatur)** terhadap sumbu OZ , dimana m mengalami osilasi dengan amplitudo sudut kecil, dengan cara menggelinding **tanpa slip** pada permukaan dalam silinder M . Carilah periode osilasi pada keadaan ini! (2.5 poin)



1.8) Sekarang tinjau situasi dimana M sedang berotasi pada kecepatan sudut konstan Ω and m sedang berotasi (menggeling tanpa slip) terhadap pusat massanya pada posisi setimbang seperti terdapat pada **pertanyaan 1.5**. Kemudian silinder M dihentikan secara tiba-tiba. Tentukan nilai minimum dari Ω sehingga silinder m akan menggeling ke atas tanpa slip dan dapat mencapai titik tertinggi dari silinder M !

Disini, koefisien gesekan antara m dan M diasumsikan sangat besar sehingga silinder m dapat **langsung** (proses slip berlangsung sangat singkat sehingga perpindahan pusat massanya selama slip dapat diabaikan) menggeling tanpa slip sesaat setelah silinder M berhenti.

(2.5 poin)
